

# Formation départementale Maths 71



# La résolution de problèmes

## La modélisation

Comment la définir ?  
Comment l'initier ?

Que faire pour que les élèves  
utilisent cette compétence  
dans la résolution  
de problèmes ?



## Comment définir la modélisation dans le domaine de la résolution de problèmes ?

**« Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés.**

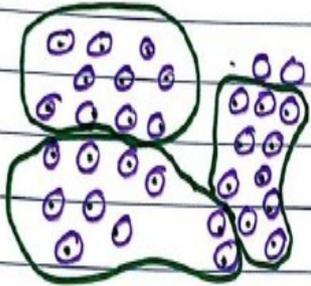
**En effet, lors de la résolution de problèmes, les principales difficultés rencontrées peuvent relever de :**

- difficultés à « modéliser » : l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le problème posé et le modèle mathématique dont il relève, il ne comprend pas le sens de l'énoncé ou il ne propose pas de solution, ou encore la solution proposée ne s'appuie pas sur les opérations attendues.
- difficultés à « calculer » : les calculs effectués, mentalement ou en les posant, sont erronés, la ou les erreurs pouvant être dues à une méconnaissance de faits numériques ou à une maîtrise imparfaite des algorithmes de calcul utilisés.

En arrivant à l'école ce matin, Jade avait 18 billes. Elle en gagne 14 à la récréation.

Combien a-t-elle de billes maintenant ?

Marie



$$10 + 10 + 10 + 2$$

$$30 + 2$$

32 billes

Hector

$$\begin{array}{r} 18 \\ -14 \\ \hline 4 \end{array}$$

4 billes

Thomas

$$\begin{array}{r} 18 \\ +14 \\ \hline 32 \end{array}$$

elle a 32 billes

# De la manipulation... à la représentation

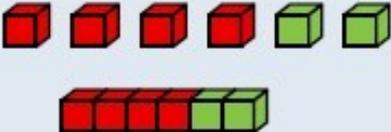
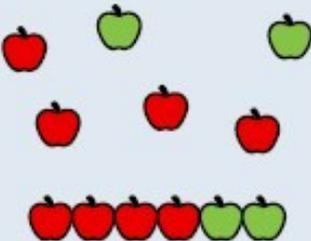
<p><b>MODE SENSORI-MOTEUR<sup>38</sup></b></p>	<p>Manipulation d'objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<p>Manipulation d'objets tangibles figuratifs :</p> 
<p><b>MODE IMAGÉ</b></p>	<p>Représentations imagées des objets tangibles proches de la réalité :</p> 	<ul style="list-style-type: none"><li>• Représentation avec un schéma : </li><li>• Représentation présymbolique (schéma en barres + écriture symbolique) : </li></ul>
<p><b>MODE SYMBOLIQUE</b></p>	<p>Écriture en langage mathématique : <math>4 + 2 = 6</math></p>	

Figure 19. Progression des représentations.

# De la représentation... à la modélisation

→ « Léo a 7 billes rouges et 5 billes bleues. Combien Léo a-t-il de billes en tout ? »

La résolution de ce problème à l'aide de 7 cubes rouges :



et 5 cubes bleus :



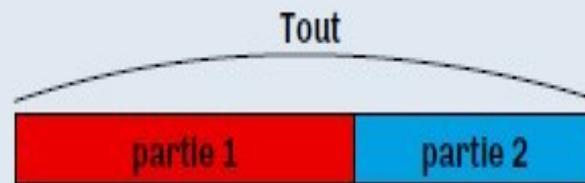
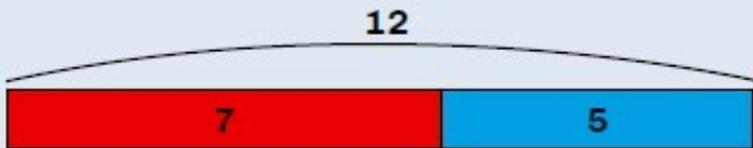
fait apparaître l'assemblage :



puis le schéma :



et enfin le schéma en barres :



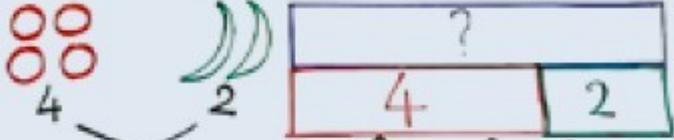
## La mémoire à long terme, olivier Hunault

- <https://video.crdp.ac-versailles.fr/scolawebtv/7/5/2/37752.mp4> 5min55



## La place du problème de référence

Il y a 4 pommes rouges et  
2 bananes.  
Combien y a-t-il de fruits?



Je cherche le tout.

Il y a 6 fruits.

Figure 37. Exemple de bilan de savoir constitué sous forme d'affiche de classe de début de CP.

Les problèmes dits basiques seront tout particulièrement concernés par ces écrits de référence.

Les affiches collectives correspondent aux problèmes de référence rencontrés.

Pour l'élève, l'affiche fournit un point d'appui, un aide-mémoire des procédures de raisonnement et un modèle.

Pour le professeur, elle constitue un support pour formaliser, guider le raisonnement des élèves, et favoriser les analogies avec les problèmes antérieurs. Elle constitue une référence dans les phases d'entraînement (« c'est comme le problème de... »).

## Les énoncés de problèmes

Quels obstacles, leviers ?  
Quelles variables identifier  
pour différencier ?

Que faire pour que les élèves  
aient accès à l'énoncé, à  
sa compréhension ?



## Retour sur des tests dans des classes...

- *Lucie avait 10 billes ce matin. Elle a perdu 4 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*
- *Lucie avait 10 billes ce matin. Elle a perdu 8 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*

**Lequel a été plus réussi ? Pourquoi selon vous ?**

## Retour sur des tests dans des classes...

- *Lucie avait 10 billes ce matin. Elle a perdu 4 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*
- *Lucie avait 10 billes ce matin. Elle a perdu 8 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*

**Lequel a été plus réussi ? Pourquoi selon vous ?**

**Vous avez expérimenté une variable : la proximité des nombres en jeu.**



En binômes, analyser des paires de problèmes : les deux problèmes sont identiques, sauf une caractéristique (la variable)

- lire la paire de problèmes et chercher
  - quelle est la variable ?
  - lequel des deux est le plus facile ?

Puis déplier successivement les rabats pour voir la proposition de réponse.

Un exemple :

**A**

Il y avait 8 verres fragiles dans la cuisine. Maintenant il y en a 3.

**Combien y en a t-il eu de cassés ?**

**B**

Il y avait 8 gâteaux dans le paquet.

Maintenant il y en a 3. **Combien de gâteaux ont été mangés ?**

Un exemple :

**A**

Il y avait 8 verres fragiles dans la cuisine. Maintenant il y en a 3.

**Combien y en a t-il eu de cassés ?**

**B**

Il y avait 8 gâteaux dans le paquet. Maintenant il y en a 3. **Combien de gâteaux ont été mangés ?**

**contexte**

Un exemple :

**A**

Il y avait 8 verres fragiles dans la cuisine. Maintenant il y en a 3.  
**Combien y en a t-il eu de cassés ?**

**B**

Il y avait 8 gâteaux dans le paquet. Maintenant il y en a 3. **Combien de gâteaux ont été mangés ?**

**contexte**

**B plus facile**

contexte plus proche  
des univers de  
référence des élèves  
*exemple donné par un  
IG, M Hunault (un  
problème de curling / le  
même avec du foot : plus  
réussi)*

## Ce que l'on cherche :

- Ne pas entraver l'accès à la modélisation, rester focalisé sur les compétences mathématiques.
- Réduire les difficultés linguistiques pour que la séance de résolution de problème ne se résume pas à une séance de compréhension de texte.

**Des variables à connaître et à gérer pour ne pas gêner  
l'accessibilité pour tous :**

## Les variables sur lesquelles jouer pour différencier

- le contexte : plus ou moins proche de l'univers de l'enfant
- les objets du problème : présents dans la classe, manipulables ou non
- les grandeurs : discrètes (objets, animaux, personnes) ou continues (longueur, âge...)
- les illustrations ou non (attention, certaines images sont des freins)
- les nombres en jeu : le champ numérique  
la proximité des nombres
- la présentation : texte, avec retour à la ligne, place de la question
- le déroulé chronologique ou pas, dans les problèmes de transformation
- la présence ou non de connecteurs logiques, temporels
- la présence ou non d'implicite
- la présence ou non de mots « perturbateurs » ou d'expressions « facilitatrices »  
→ **Ecrire ou réécrire pour supprimer ces obstacles**

## Quelques précisions pour étayer la réflexion...

### Utiliser les mots qui sont des indicateurs facilitateurs ?

Des énoncés avec des mots qui précisent si la transformation est positive ou négative (« gagner, monter... / perdre, descendre, manger... reste... »), si on cherche un tout (« en tout, au total, ensemble... ») (1)

On peut les utiliser pour aider des élèves mais cela empêche un vrai travail cognitif, donc il faut aussi proposer des énoncés sans ces « facilitateurs », en utilisant d'autres leviers pour étayer si nécessaire... (2)

*Exemples :*

*(1) Au début de la récréation, Léo avait 6 billes. A la fin de la récréation, il a 4 billes.  
Combien a t-il perdu de billes pendant la récréation ?*

*(2) Au début de la récréation, Léo avait 6 billes. A la fin de la récréation, il a 4 billes.  
Que lui est-il arrivé pendant la récréation ?*

*(1) Au début de la récréation, Léa avait 12 images. A la récréation, elle a perdu 5 images.  
Combien lui reste-t-il d'images à la fin de la récréation ?*

*(2) Au début de la récréation, Léa avait 12 images. A la récréation, elle a perdu 5 images.  
Combien a t-elle d'images à la fin de la récréation ?*

*(1) Il y a 5 pommes et 3 oranges dans le panier. Combien y a t-il de fruits en tout dans le panier?*

*(2) Il y a 5 pommes et 3 oranges dans le panier. Combien y a t-il de fruits dans le panier ?*

## Comment présenter l'énoncé ?

Comme pour tout texte, privilégier la police Arial (au moins taille 14) et des fonctions de « **Lire Couleur** » (espacer les mots / éventuellement marquer les lettres muettes)

pour faciliter la relecture autonome par les élèves qui le peuvent...

Sans doute, utiliser toujours le même codage pour la question : soit soulignée, soit en gras...

Il y avait 36 oiseaux dans l'arbre. Il n'en reste plus que 21.  
Combien d'oiseaux se sont envolés ?



Il y avait 36 oiseaux dans l'arbre.

Il n'en reste plus que 21.

Combien d'oiseaux se sont envolés ?

# Et les images, ça aide ???

## Est-ce que souvent ça ne gênerait pas ???

→ « faire joli », évoquer le contexte mais souvent un parasitage avec des distracteurs sans lien avec le problème mathématique

→ des objets dessinés dont le nombre ne correspond pas aux données du problème

...

Rémi a 14 avions. On en voit 9.  
**Combien** d'avions sont cachés ?

..... avions sont cachés.



Sur un parking il y a 12 places occupées  
par des voitures et 6 places libres.

En tout sur ce parking, il y a ..... places



Ce matin, sur le parking, il y avait 11 voitures.  
25 voitures sont arrivées .

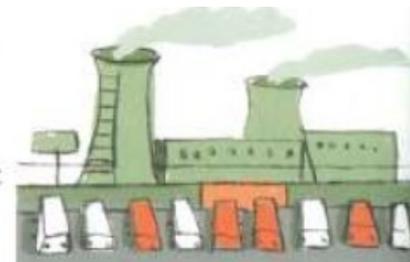
Il y a ..... voitures.



Il y a 5 places dans une voiture.  
Dans 2 voitures il y a ..... places



Sur le parking de l'usine, on voit les  
nouvelles voitures.  
Il y a 35 voitures rouges et 34  
voitures blanches.  
Combien y a-t-il de voitures en tout  
sur le parking ?



Dans le cas des problèmes avec transformation, des images peuvent parfois aider à la représentation mentale, à soutenir la mémoire...

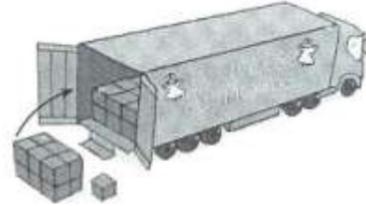
Dans ces trois exemples, quel problème serait le plus facilité par l'illustration ?

Écris l'opération et calcule.

Un camion transporte 46 cartons.

On charge encore 13 cartons.

Combien de cartons le camion transporte-t-il ?



Le car transporte 38 élèves.



6 élèves montent.

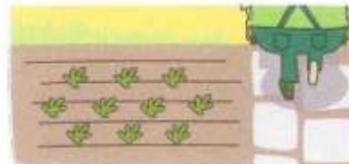


Combien d'élèves le car transporte-t-il maintenant ?

avant



après



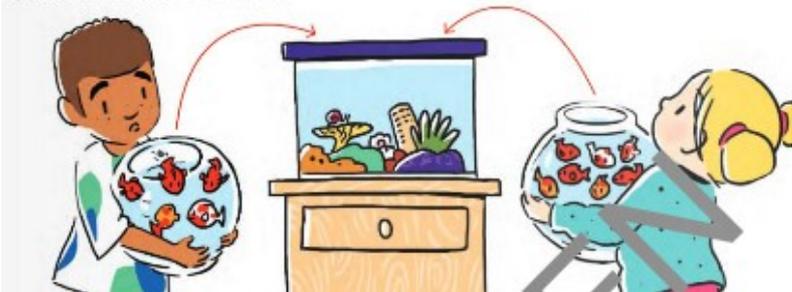
Complète : Le jardinier a planté ..... salades.

Avec ces images, pas de problème !

juste du dénombrement,  
pas réellement d'opération...



Noé et Lola mettent leurs poissons dans le même aquarium.  
Combien en ont-ils en tout ?



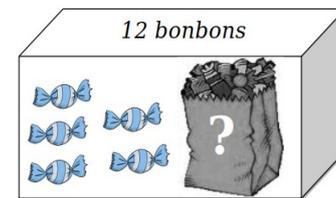
## Des images qui posent un problème

remarque : surtout pour les problèmes de composition et de comparaison / pour les problèmes de transformation, il faudrait des images séquentielles



Le cuisinier va faire cuire tous les  
œufs.

**Combien y aura-t-il d'œufs dans  
la poêle ?**



un site :



Choix d'un énoncé de problème

*L'univers de référence va-t-il empêcher l'activité mathématique ?*

oui

Réécriture de l'énoncé  
dans un autre contexte

Choix des étayages  
proposés en classe

non

*D'autres obstacles inutiles rendent-ils l'énoncé non accessible ?*

oui

Réécriture de l'énoncé

non

PROBLEME  
ACCESSIBLE



Si le temps...

## **Transformer, réécrire des énoncés :**

**1) éventuellement changer le contexte ou des éléments linguistiques pour tous les élèves**

**2) écrire deux versions**

- une fois en le simplifiant
- une fois en le complexifiant

en choisissant **une** variable

A J'ai prêté 2 poupées à ma cousine. Maintenant j'en ai 7.  
Combien est-ce que je possède de poupées ?

B En arrivant à l'école ce matin, Sophie avait 6 images.  
Maintenant elle en a 8.  
Combien a-t-elle gagné d'images dans la journée ?

C Samir a ajouté 21 timbres dans son album.  
Sa collection compte maintenant 44 timbres.  
Combien en avait-il avant d'ajouter les 21 ?

D Le petit piano de ma sœur compte 72 touches.  
24 sont noires.  
Combien y a-t-il de touches blanches ?

E Cette année, Marc a terminé 4ème du marathon.  
L'année dernière il avait terminé 9ème.  
Combien de places a-t-il gagnées ?

# En classe, quelles activités pour aider à la compréhension si nécessaire ?

→ **l'accès à l'énoncé :**

- qui lit ?
- avec le support visible ?

→ **quelles activités pour faciliter la compréhension ?**

- avant la lecture éventuellement
- après



M. Olivier Hunault, IG à l'ESEN



une diapo de la conférence de M. Ollivier Hunault, IG à l'ESEN en septembre 2018

## LA COMPRÉHENSION DE L'ÉNONCÉ

### ■ Des pratiques à interroger

- Repérage des mots « clés », des « indices »...
- Surlignage
- « Quelle opération faut-il faire ? »

### ■ Des pratiques à renforcer

- Faire raconter « l'histoire » (sans les nombres ?)
- Faire créer des problèmes (avec des contraintes)